専門科目（午後）　　　　　　　　　１７　大修

情報工学・通信工学

時間　13 : 30 ～ 16 : 00

注　意　事　項

1. 次の６題の中から３題を選択して解答せよ．４題以上解答した場合はすべて無効とする．
2. 解答は１題ごとに別々の解答用紙に記入せよ．
3. 各解答用紙に問題番号及び受験番号を記入せよ．
4. 電子式卓上計算機等の使用は認めない．

1. nを整数とする。図 1.1 は、ある周波数fでサンプリングされた離散時間信号$x(n)$を$\frac{3}{2}f$のサンプリング周波数の信号$r(n)$に変換するシステムを示す。$d(n)$は$x(n)$を$\frac{1}{2}$倍のサンプリング周波数でダウンサンプリングした信号であり、$u(n)$は$d(n)$を 3 倍のサンプリング周波数でアップサンプリングした信号である。また、$r(n)$は$u(n)$を入力とした伝達関数$H(z)$を有するフィルタの出力信号である。$x(n)$は$x(n)=0\ (n<0)$を満たす因果的な信号であるとし、$x(n)$の周波数スペクトル$X(e^{j\Omega})$は$\frac{\pi}{2}\le|\Omega|\le\pi$の区間で$X(e^{j\Omega})=0$となるように信号$x(n)$の帯域が制限されているものとする。ここで$\Omega$は正規化角周波数[rad]であり、角周波数$\omega$ [rad/s]とその信号のサンプリング周期T [s]の積$\Omega=\omega T$として与えられる。図 1.2 は$x(n)$の振幅スペクトル$|X(e^{j\Omega})|$を示しており、振幅の最大値をAとする。なお、信号$w(n)$のz変換$W(z)$を$W(z)=\sum_{n=0}^{\infty}w(n)z^{-n}$と定義し、$w(n)$の周波数スペクトル$W(e^{j\Omega})$を$W(e^{j\Omega})=W(z)\big|_{z=e^{j\Omega}}$と定義する。

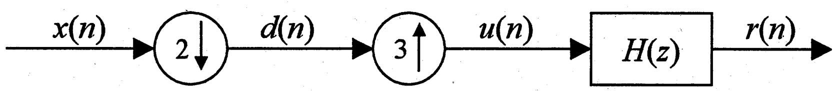


図 1.1

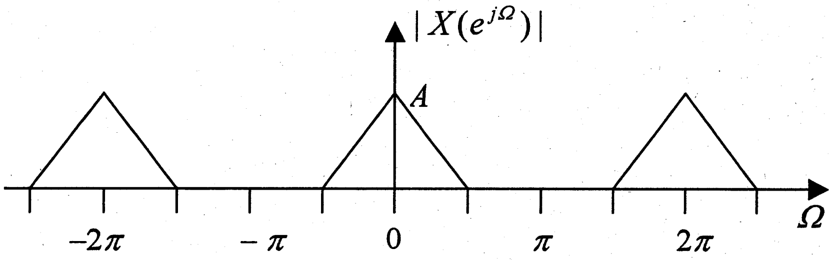


図 1.2

1) $\tilde{x}(n)=(-1)^n x(n)$を満たす信号$\tilde{x}(n)$を考える。$x(n)$のz変換$X(z)$を用いて$\tilde{x}(n)$のz変換$\tilde{X}(z)$を表せ。

2) $\tilde{x}(n)$の振幅スペクトル$|\tilde{X}(e^{j\Omega})|$を図 1.2 にならって図示せよ。

3) 信号$d(n)$は、$d(n)=x(2n)$を満たすものとする。$X(z)$を用いて$d(n)$のz変換$D(z)$を表せ。

4) $d(n)$の振幅スペクトル$|D(e^{j\Omega})|$を図示せよ。

5) 信号$u(n)$は、

$$\begin{cases} u(3n) &= d(n) \\ u(3n+1) &= 0 \\ u(3n+2) &= 0 \end{cases}$$

を満たすものとする。$D(z)$を用いて$u(n)$のz変換$U(z)$を表せ。

6) $u(n)$の振幅スペクトル$|U(e^{j\Omega})|$を図示せよ。また、$r(n)$を出力するフィルタが元の信号$x(n)$を歪みなく抽出するためには、フィルタがどのような周波数特性を持つべきか説明せよ。

２． 符号長 n、情報長 k を有する２元線形符号Ｃのパリティ検査行列Ｈが、奇数重みを有する長さ r（＝$n-k$）の相異なる２元列ベクトルで構成されているとする。ここで、「ベクトルの重み」とはベクトル中の１の数である。

1） $n=16$、$k=11$ を有する符号Ｃのパリティ検査行列Ｈを構成せよ。

2） 符号Ｃの最大符号長を r を用いて表せ。

3） 符号Ｃのパリティ検査行列Ｈにおいて、任意の２個の列ベクトルの和は偶数重みを有する列ベクトルとなることを証明せよ。

4） 符号Ｃが最大符号長を有するとき、符号Ｃは最小ハミング距離４を有することを証明せよ。

5） 符号Ｃの符号語の重みは偶数となることを証明せよ。

３． 図 3.1 に示すデータパスと 7 個の 1 ビット制御信号 CNTRL(0),…,CNTRL(6)を生成する制御回路からなるシステムを考える。図 3.1 に示すデータパスは、

- ロードとクリアの制御入力をもつ 3 個の 16 ビットレジスタ R1, R2, R3
- 16 ビット加減算器（CNTRL(6)=0 のとき加算、CNTRL(6)=1 のとき減算）
- 16 ビットデータの符号ビットを格納する 1 ビットの符号レジスタ S
- ２つの 16 ビット 2 入力マルチプレクサ(MUX)

から構成される。各レジスタへのクロックは省略されている。

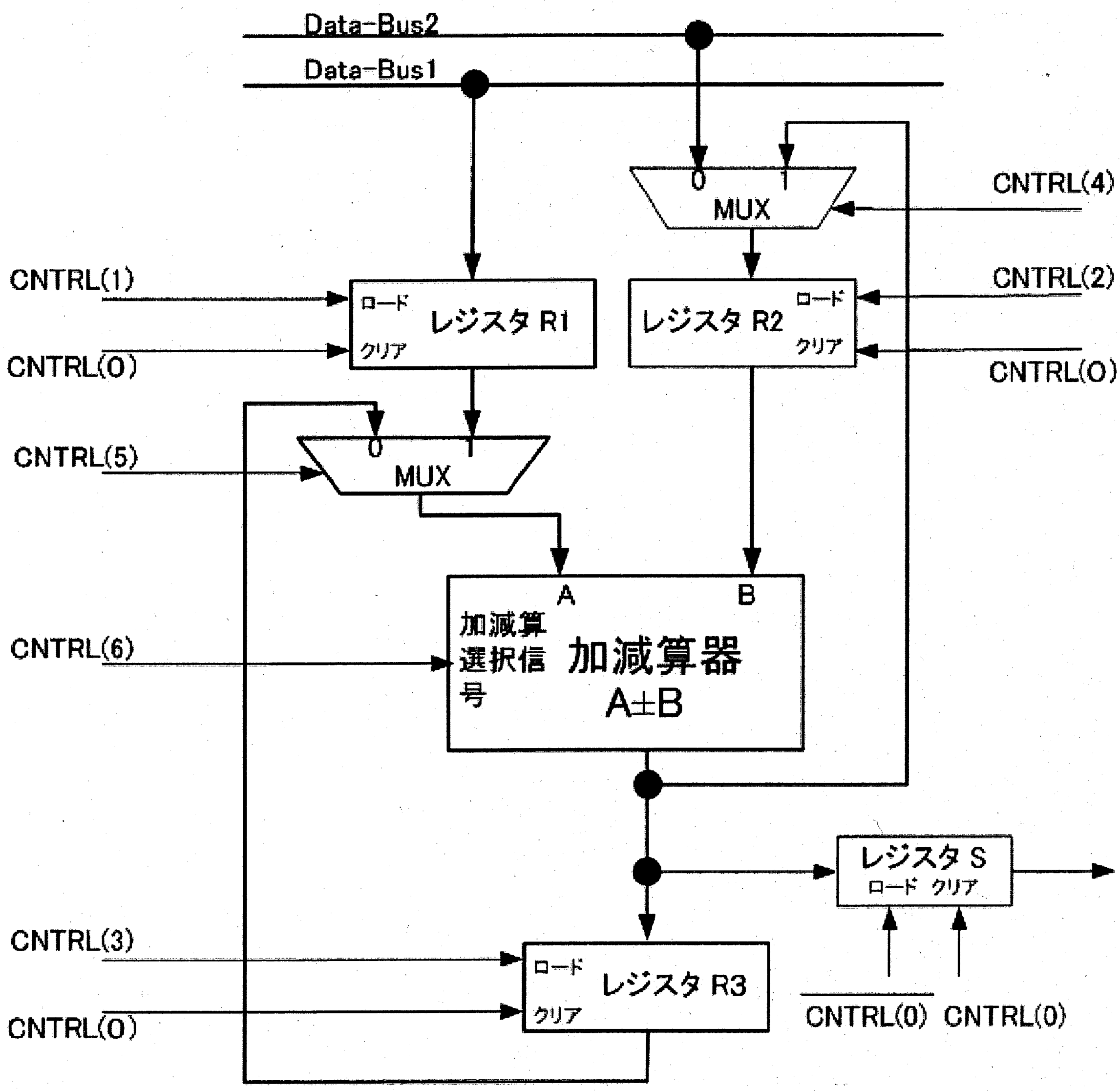


図3.1 データパス

このシステムは、制御回路への外部 1 ビット入力 STRT が 0 の間は停止状態にある。外部入力 STRT が 1 になると、後述の決められた処理を 3 クロック毎に繰り返す。STRT が 0 になったときはいつでも停止状態に戻る。決められた処理とは、1 クロック毎に、Data-Bus1 と Data-Bus2 の 2 つのバスからの 1 つずつのデータの読み込み、その差の計算、その計算結果の絶対値の累積加算をレジスタ R3 に格納する 3 クロックの処理である。負数表示は 2 の補数表示を用いる。加減算結果のオーバーフローはないものとする。

1) システムが制御回路への外部入力 STRT によって、停止状態から 10 進表示のデータ列（3, 6）をバス Data-Bus1 から、データ列（5, 2）をバス Data-Bus2 から入力し、2 回の決められた処理を繰り返し停止状態に戻るとき、その動作を各レジスタ R1, R2, R3, S と制御信号 CNTRL(0),..., CNTRL(6)の値がわかるタイミングチャートで示せ。
2) 加減算器とマルチプレクサの遅延時間がそれぞれ 4 ns, 1 ns であるとき、データパスの最大の動作クロック周波数はいくらか。ただし、レジスタのセットアップ時間、ホールド時間と配線遅延は考えないものとする。
3) このデータパスを制御する制御回路の状態遷移図を示せ。
4) この制御回路の状態遷移表を求めよ。
5) この制御回路をフリップフロップと論理ゲートを用いて示せ。
6) データパスのハードウエアを変えず、2 つのデータ列からデータを読み込む操作を 2 クロック毎に行えるシステムに変更するには、どのような制御にしたら良いか簡単に述べよ。

4. プロセスへの資源の割り当てを考える。なお、プロセスが資源を解放するのはプロセスが終了した時とする。

1) ある資源クラス r_i 中の資源の個数を $e[r_i]$ で表す。また、資源クラス r_i 中の資源について、ベクトル $P_n = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ で表されるプロセス群への現在の割り当てを行列 $C[P_n, r_i]$ で、現在の割り当て以外にそれらのプロセスが終了するまでに発生する要求を行列 $F[P_n, r_i]$ で表す。なお、途中で要求は変化しないものとする。

以下の $C[P_3, r_1]$ と $F[P_3, r_1]$ の組は、3つのプロセス p_1, p_2, p_3 が資源クラス r_1 の資源を、現在各々3個、1個、2個使っており、今後さらに3個、4個、2個要求する状態をそれぞれ示している。

$$C[P_3, r_1] = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad F[P_3, r_1] = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) $e[r_1] = 8$ であるような資源 r_1 について、引き続き資源の割り当てを続けると、割り当ての順番によってはデッドロックになりうる。デッドロックである状態を示す $C[P_3, r_1]$ と $F[P_3, r_1]$ の組を全て列挙せよ。

b) デッドロックに陥らずに要求される資源を最終的に全て割り当てることができる割り当てシーケンスが少なくとも1つは存在する状態を安全(safe)であるといい、そうでない状態を安全でない(unsafe)という。a)と同様 $e[r_1] = 8$ であるような資源 r_1 について、引き続き資源を割り当て続けた場合の、安全でないがデッドロックでもないような状態を示す $C[P_3, r_1]$ と $F[P_3, r_1]$ の組を全て列挙せよ。

c) ベクトル $P_n = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ 中のあるプロセス p_j が資源クラス r_i の資源を要求するときに、$C[P_n, r_i]$, $F[P_n, r_i]$, $e[r_i]$ で示される安全な状態から、p_j にさらに資源を割り当てた結果、安全でない状態にならない範囲で最多の資源を割り当てるアルゴリズムを示せ。

2) 以下のような行列 $C[P_3, R_3]$ と $F[P_3, R_3]$ は、3つのプロセス $P_3 = (p_1, p_2, p_3)$ の、3つの資源クラス $R_3 = (r_1, r_2, r_3)$ についての現在の割り当てと将来の要求を示している（j 行、i 列の成分は、プロセス p_j に対する資源クラス r_i の割り当て数と要求数をそれぞれ示す)。

$$C[P_3, R_3] = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F[P_3, R_3] = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

ここで、ベクトル $E[R_m] = (e[r_1], e[r_2], \ldots, e[r_m])$ は m 種類の各資源クラスの資源の個数を表すものとする。

a) $E[R_3] = (8, 9, 6)$ という条件の下で、安全でないがデッドロックでもないような状態を示す $C[P_3, R_3]$ と $F[P_3, R_3]$ の組み合わせの例を1つ示せ。

b) 安全な状態の $C[P_n, R_m]$, $F[P_n, R_m]$, $E[R_m]$ から、P_n 中のあるプロセス p_j $(1 \leq j \leq n)$ が R_m 中のある資源クラス r_i $(1 \leq i \leq m)$ の資源を要求するときに、p_j にさらに資源を割り当てた結果安全でない状態にならない範囲で最多の資源を割り当てるアルゴリズムを示せ。

5. 二分木に整数を追加する以下のScheme手続きを考える。木の各節点は、整数のキー、追加された回数、左部分木へのポインタ、右部分木へのポインタの4つの要素から構成されている。部分木を持たない場合は、ポインタは空リストを指すものとする。この手続きについて以下の問に答えよ。

```
(define (insert i t)
  (cond ((null? t)
           (cons (cons i 1) (cons () ())))
          ((= i (caar t))
           (cons (cons (caar t) (+ (cdar t) 1)) (cdr t)))
          ((< i (caar t))
           (cons (car t) (cons (insert i (cadr t)) (cddr t))))
          ((> i (caar t)) (cons (car t)
           (cons (cadr t) (insert i (cddr t)))))))
```

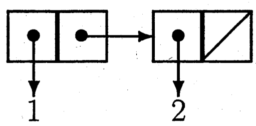
1) 節点tが与えられたとき、この節点の4つの要素 (キー、追加された回数、左部分木へのポインタ、右部分木へのポインタ) を取り出すSchemeの式をそれぞれcarとcdrとtのみを使って書け。cadadrのような省略形を使ってもよい。

2) 空の木に以下の順序で整数を追加する。

   2, 1, 4, 1, 3

   a) 上に定義されているinsertを使って、この順序で整数を追加した木を構成するためのSchemeの式を書け。

   b) この順序で整数を追加した結果できる木を図示せよ。ただし、たとえば、(cons 1 (cons 2 ())) の評価結果は、

   と表わすものとする。

3) 整数の並びをリストとして取り、上で定義したinsertを使って木を構成する手続きbuildtreeを以下のように定義した。$\boxed{①}$、$\boxed{②}$、$\boxed{③}$、$\boxed{④}$を埋めて手続きを完成せよ。

```
(define (buildtree seq)
  (define (build s t)
    (cond ((null? s) [①])
          (#t (build [②] [③]))))
  (build seq [④]))
```

6. N 次元ユークリッド空間 E_N 内に分布しているパターンに対して、M 個の標本パターンベクトル $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \ldots, \boldsymbol{f}_M$ が与えられているものとする。ベクトルは列ベクトルで表現する。これらの標本パターンを使って標本相関行列 R を、

$$R = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} \boldsymbol{f}_i \boldsymbol{f}_i^T$$

で与える。ここで、上付き添字の T は転置を表すものとする。R の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N$ ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_N \geq 0$) とし、固有値は0を除いて縮退していないものとする。対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2, \ldots, \boldsymbol{\phi}_N$ とし、$\{\boldsymbol{\phi}_i\}_{i=1}^{N}$ が E_N の正規直交基底になるように選ばれているものとする。このとき、次の問に答えよ。

1) 一般に、行列 P が正射影行列になるための必要十分条件は、次の関係が成立することである。

$$P^2 = P \quad \text{and} \quad P^T = P$$

これは、次の関係が成立することと等価であることを示せ。

$$P = PP^T$$

2) 1以上 N 以下の整数 D に対して、

$$P = \sum_{i=1}^{D} \boldsymbol{\phi}_i \boldsymbol{\phi}_i^T$$

が正射影行列であることを示せ。さらに、この正射影行列 P を、部分空間による標本パターンベクトルの近似という観点から特徴付けよ。

3) ベクトル $\boldsymbol{f}$ の第 i 成分を $(\boldsymbol{f})_i$ で表し、行列 A の第 (i,j) 成分を $(A)_{ij}$ で表す。標本行列 S を、

$$(S)_{ij} = (\boldsymbol{f}_j)_i$$

で定義する。このとき、

$$\frac{1}{M}SS^T = R$$

を示せ。

4) 行列

$$\frac{1}{M}S^T S$$

の固有値を $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_M$ ($\mu_1 \geq \mu_2 \geq \cdots \geq \mu_M \geq 0$) とし、固有値は0を除いて縮退していないものとする。対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \ldots, \boldsymbol{\psi}_M$ とし、$\{\boldsymbol{\psi}_i\}_{i=1}^{M}$ が、E_M の正規直交基底になるように選ばれているものとする。さらに、$1 \leq D \leq M$、$D \leq N$ を満たすある整数 D に対して，$\mu_1 > \mu_2 > \cdots > \mu_D > 0$ が成立しているものとする。このとき、$i = 1, 2, \ldots, D$ に対して、$|\alpha_i| = 1$ となるあるスカラー α_i が存在して、

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \mu_i \\ \boldsymbol{\phi}_i &= \alpha_i \frac{1}{\sqrt{\mu_i}} S \boldsymbol{\psi}_i \end{aligned}$$

が成立することを示せ。ここで、対称行列の固有値が縮退していないとき、その固有値に対応する任意の固有ベクトルは、その1つの固有ベクトルのスカラー倍で与えられるという性質を利用して良いことにする。

5) いま、標本相関行列 R の固有ベクトルを求めるものとする。このとき、R から直接求めるよりも、4) のように $\frac{1}{M}S^T S$ の固有ベクトルから求める方が計算量が少なくなる場合がある。行列の次数の観点から、その場合と計算量が少なくなる理由を記せ。